بسم الله الرحمن الرحيم

مُلخَّصِ الرِسالة:

الحمدُ للهِ الواحدِ الأحدْ، الفْردِ الصَمَدْ، عَدَدَاً يفوقُ كُلَّ عَدَدْ، والصلاةُ والسَّلامُ على سَيِّدِنا مُحَمَّدْ، خَيْرِ خَلْقِهِ أبَدْ، ما تلى العَددُ عَدَدْ، وكُلما نورُ الشمسِ اتَّقَدْ.

إنَّ البحثَ حولَ عددِ التشاكُلات بين حَلقاتِ الأعدادِ لمْ يخضعْ للدراسةِ إلّا على يدِ بعضِ الباحثينَ مُؤخراً. فتهدفُ هذهِ الدراسةُ لبحثِ عددِ التشاكُلات بينَ حلقاتِ الأعدادِ الجبريّة. حيثُ أنَّ عددَ هذهِ التشاكُلات يلعبُ دوراً هامّاً في مجالَيِّ الجبرِ المُجَرَّدِ ونظريَّةِ الأعدادِ الجبْرِيَّة.

تقومُ هذهِ الدراسةِ بعرضِ بعضِ النظرياتِ التي تبحثُ حولَ عددِ التشاكُلات بينَ الحلقاتِ التالية:

الأعدادِ الصحيحة (Z) وحلقاتِ الأعداد الصحيحة قياس n (Z_n ، $n \ni Z$)

بين حلقاتِ أعدادِ "غاوس" (Rings of Gaussian Integers $[i]$ Z)

وحلقاتِها قياس m (Rings of Gaussian Integers module m $Z_m[i]$ ، $m \ni Z$)

بين حلقاتِ أعدادِ "آيزنشتاين" (Rings of Eisenstein Integers $[\rho]$ Z)

وحلقاتِها قياس m (Rings of Eisenstein Integers module $Z_m[\rho]$ ، $m \ni Z$) حيثُ ρ يُحقق:

$$0 = 1 + \rho + {}^{2}\rho$$

وبين حلقاتِ الأعدادِ الجبريَّةِ على العددِ الجبريّ θ (Rings of Algebraic Integers $[\theta]$ Z)

وحلقاتِها على العدد الجبريّ θ قياس m (Rings of Algebraic Integers module m $Z_m[\theta]$ ، $m \ni Z$) حيثُ العددِ الجبريّ θ لهُ كثيرةُ الحُدود الصُغْرى : $ق(س) = س^2 + ب س + جـ$

بشرط أنَّ : $|ب^2 - 4 جـ| = m =$ عدداً أوليّاً، و ($Z[\theta]$) هو نِطاقُ وحيدُ التحليل (UFD).

نُقَدِّمُ الأساسيَّات منَ الجبرِ المُجرَّدِ ونظريَّةِ الأعدادِ في الوحدةِ الأولى (المفاهيمُ الأساسيَّة)، حيثُ نعرضُ التعاريفَ والنظرياتِ الأساسيَّة المُستخدمة فيما بعد.

وفي الوحدةِ الثانيةِ (النتائجُ الرئيسيَّة) فنعرضُ النظريّاتِ (وبراهينها الكاملة) المتعلقةِ بعددِ التشاكُلات حول حلقات الأعداد بالترتيب كما ذُكِرت أعلاه. كما ونُقَدِّمُ بعضَ النتائجِ الأصيلة (الحديثة) الخاصة المتعلقة بهذه الحُقول، حيثُ أشرنا لهذه النتائج بإشارة (مُنَجَّمة – *).

تتمَثَّلُ الوحدةُ الثالثة (الخاتمة والعمل المُستقبليّ) بعرض مُلَخَّصِ الرسالة والنتائج، كما ونوصي بعرض بعض المسائل المتعلقة بموضوع الدراسة التي تستحق البحث والتي سنقوم بدراستها لاحقاً.